



BREVI NOTE SULLA PRESUNTA ASSENZA DI
ANATOCISMO NEI PRESTITI GRADUALI IN REGIME
COMPOSTO, CON ESEMPI PER L'AMMORTAMENTO
FRANCESE, ITALIANO E BULLET[®]

di GRAZIANO ARETUSI

1 gennaio 2021

SOMMARIO: **1.** Introduzione - **2.** Un piccolo esempio di decomposizione del prestito bullet - **3.** Scambio e posizione di equilibrio in regime composto - **4.** Alcuni esempi di decomposizione di prestiti gradualmente in prestiti elementari (Zero Coupon) in regime composto - **5.** Brevi considerazioni conclusive

Introduzione.

Nel recente dibattito multidisciplinare, ormai tutti riconoscono la presenza di anatocismo nei prestiti elementari (anche detti *zero coupon*).¹ Ad esempio, immaginiamo di dover rimborsare 1.000 euro prestatati al tempo 0 in un'unica soluzione dopo 4 anni al 10% annuale. Se l'operazione è progettata in regime composto, allora il valore di rimborso dopo 4 anni sarà pari a euro $1.464,10 = 1.000 \times (1 + 10\%)^4$ mentre in regime semplice sarà pari a euro $1.400 = 1.000 \times (1 + 10\% \times 4)$. In questo caso nessuno ha dei dubbi sul fatto che sia palese che tale differenza è dovuta alla generazione di interessi sugli interessi (anatocismo), dal momento che a parità di capitale, di tasso e di durata dell'operazione, si ottengono due risultati diversi dello scambio.²

[®] Lo scritto costituisce materiale divulgativo messo a disposizione degli utenti registrati al sito Openstat.it, www.openstat.it e-mail: info@openstat.it

¹ Ad esempio, nell'articolo "*L'ammortamento alla francese. Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata*" (Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., Rivista IL RISPARMIO, 2019-I, pagg.5-81, 2019) si scrive "*il finanziamento di tipo Zero Coupon presenta una pregnante illiceità, in quanto, l'espressione del TAN [...] in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge.*"

² Ciò si rileva anche nelle operazioni su orizzonte infrannuale. Infatti, la teoria dei tassi equivalenti insegna che, dato un tasso annuale i , volendo calcolare il tasso periodale i_q per la frazione q di anno (ad esempio $q = 1/2$ nel caso del semestre di un anno di 360 giorni e mesi tutti di 30 giorni) risulta: in regime composto $i_q = (1 + i)^q - 1$; in regime semplice $i_q = i \cdot q$. Allora, utilizzando correttamente i tassi equivalenti di periodo, anche su un orizzonte temporale infrannuale è possibile osservare l'effetto di composizione del regime composto. Ad esempio un prestito tipo *zero coupon* al tasso annuale del 10% del valore di euro 100 al tempo 0 dopo 6 mesi varrà 104,88 euro in regime composto e 105 euro in semplice: dopo 1 anno il montante dell'operazione sarà 110 euro. Pertanto, in regime semplice si genereranno 5 euro di interessi sia nel primo che nel secondo semestre ($5\% \times 100$). In regime composto si genereranno 4,88 euro di interessi nel primo semestre ($4,88\% \times 100$) e 5,12 euro di interessi nel secondo semestre ($4,88\% \times 104,88$). Si deve osservare il fatto che in regime composto gli

Come anche, ormai, tutti sostengono che nell'ammortamento c.d. *francese* sia configurabile l'anatocismo, dal momento che la rata costante posticipata è calcolata applicando il principio di equità in regime composto.³

Seppure, però, nessuno ha dubbi sul fatto che questi due tipi di operazione (prestito elementare tipo *zero coupon* e ammortamento *francese*) comportino il fenomeno dell'anatocismo, taluni ritengono che ci siano operazioni che, anche se progettate in regime composto, non comportino la generazione di interessi sugli interessi. A sostegno di tale singolare congettura, si porta frequentemente l'esempio del prestito c.d. *bullet*⁴ che, secondo taluni, non comporterebbe la generazione di interessi sugli interessi anche se progettato in regime composto.

E dire che, in verità, si è dimostrato⁵ che nei prestiti in regime composto, qualunque sia il piano di rimborso (sia esso in unica soluzione alla scadenza oppure graduale nel tempo, a rate costanti o meno), gli interessi che maturano in un determinato periodo generano ulteriori interessi nei

interessi generati nel secondo semestre sono maggiori di quelli del primo semestre e ciò indica proprio che gli interessi nel secondo semestre si calcolano anche sugli interessi del primo semestre. Inoltre, il fatto che nel primo semestre gli interessi generati dal regime composto sono minori degli interessi generati dal regime semplice, indica proprio che in regime composto gli interessi si generano in maniera non direttamente proporzionale al capitale e al tempo, mentre in regime semplice l'importo degli interessi è sempre direttamente proporzionale al capitale e al tempo. In ogni caso, bisogna rilevare che nella pratica bancaria le operazioni di mutuo non si chiudono mai su un orizzonte infrannuale e, inoltre, l'utilizzo del regime composto non è quasi mai accompagnato dall'uso di tassi equivalenti. Piuttosto si utilizzano tassi convertibili n volte (calcolati come $i_n = i/n$ dove, ad esempio, n è pari a 2 nel caso di rimborsi semestrali), per cui l'importo di interessi prodotto dal regime composto anche su base infrannuale non è mai minore di quello generato in regime semplice.

³ “Nel piano di ammortamento alla francese o a rata costante, nella modalità uniformemente impiegata, si adotta il regime composto, esprimendo, nella determinazione del valore della rata, una palese convenzione anatocistica.” Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., “L'ammortamento alla francese. Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata”. Op.Cit.

⁴ Nel prestito *bullet* l'importo delle rate è pari all'importo degli interessi maturati in ciascun periodo iS , calcolati sempre con riferimento al capitale iniziale S , ad eccezione dell'ultima rata che prevede un importo pari alla somma degli interessi maturati nell'ultimo periodo iS , e del capitale iniziale S . Ad esempio, un prestito *bullet* di 1.000 euro, a 4 anni, al tasso annuale $i = 10\%$ avrà il seguente piano di ammortamento:

k	R	C_k	I_k	M_k
0				1.000
1	100	0	100	1.000
2	100	0	100	1.000
3	100	0	100	1.000
4	1.100	1.000	100	0,00

⁵ Cfr. Mari C., Aretusi G., “Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare”, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., “Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche”, in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115-151, 1-2019.

periodi successivi, dando luogo al fenomeno della generazione degli “interessi sugli interessi”. Come anche diversi autori tra cui Fersini e Olivieri,⁶ hanno mostrato che qualsiasi ammortamento può essere decomposto in una collezione di prestiti elementari che, se sommati, ricompongono il prestito originario; per cui se è palese la presenza di anatocismo nei prestiti elementari tipo *zero coupon*, non può poi scomparire nella loro somma. Così come il Bonferroni⁷ mostra che qualsiasi prestito graduale può essere trasformato, in maniera assolutamente equivalente, in un prestito elementare in cui al tempo 0 si riceve una somma per rimborsarla, assieme agli interessi, a scadenza dell’operazione in un’unica soluzione; e in tal caso nessuno avrebbe dubbio nel riconoscere la presenza del regime semplice o del regime composto.

In verità, esiste una vastissima letteratura, che si rintraccia almeno nei due secoli precedenti (cfr., tra gli altri, Casano, Foramiti, Russo e Damora, Boccardo) e permane sino ai giorni nostri, che riconosce la sinonimia tra i termini di regime composto e anatocismo; Fabrizio Cacciafesta⁸ uguaglia, per sostanza e natura, l’interesse composto al concetto di “*anatocismo, che è infatti - come ognuno sa - consustanziale all’interesse composto*”.

Anche Banca d’Italia, in linea con la letteratura finanziaria, propone sui propri canali di informazione e educazione finanziaria la seguente definizione⁹: “**Anatocismo e interesse composto.** *L’anatocismo è il calcolo degli interessi sugli interessi che sono già maturati su una somma dovuta. Gli interessi maturati si trasformano in capitale (in linguaggio tecnico si dice che si capitalizzano) ossia sono sommati all’importo dovuto e producono a loro volta interessi: è in questo caso che si parla di interesse composto.*”

“Il termine anatocismo. *Il termine anatocismo fa riferimento al calcolo degli interessi sugli interessi scaduti: gli interessi scaduti vengono sommati al capitale e producono a loro volta interessi, determinando una crescita della somma inizialmente dovuta (e, in caso di somme oggetto di prestito, una maggiore crescita del debito connesso alla restituzione).* **La disciplina generale.** *Il codice civile (art.1283) per gli*

⁶ Fersini P., Olivieri G. Sull’“anatocismo” nell’ammortamento francese. Rivista Banche E Banchieri, 2-2015.

⁷ Cfr. Bonferroni C.E. *Fondamenti di Matematica attuariale*. Litografia Felice Gili, Torino, 1938.

⁸ Cacciafesta F., “Una proposta per superare il dialogo tra sordi in corso sull’ammortamento francese, con alcune osservazioni sul Taeg e sul Tan”, in Rivista del diritto commerciale e del diritto generale delle obbligazioni, Vol.117, n.3, 2019.

⁹ Cfr. sui canali di informazione finanziaria ufficiale di Banca d’Italia, attualmente disponibili ai seguenti indirizzi:

- <https://www.bancaditalia.it/servizi-cittadino/cultura-finanziaria/informazioni-base/anatocismo/index.html>
- <https://www.bancaditalia.it/servizi-cittadino/cultura-finanziaria/informazioni-base/anatocismo/infografica-stampa.pdf>
- <https://www.bancaditalia.it/servizi-cittadino/cultura-finanziaria/informazioni-base/anatocismo/anatocismo-sintesi.pdf>

obblighi riguardanti somme di denaro prevede un generale divieto di anatocismo, salvo specifiche eccezioni. Infatti dispone che, in mancanza di usi contrari, gli interessi scaduti non producono interessi se non dal giorno della domanda giudiziale o per effetto di accordo successivo alla loro scadenza, e sempre che si tratti di interessi dovuti almeno per sei mesi.”

Purtuttavia, al di fuori dei casi di un prestito elementare tipo *zero coupon* o di un ammortamento *francese*, nonostante i risultati oggettivi che la matematica finanziaria mette a disposizione e benché anche Banca d’Italia abbia stabilito la sinonimia tra anatocismo e interesse composto (sia in senso matematico che giuridico), nel dibattito multidisciplinare in atto si registrano ancora dubbi e difficoltà nel comprendere che il fenomeno dell’anatocismo è indissolubilmente legato al regime di interessi utilizzato, piuttosto che al tipo di ammortamento.

E allora, il prestito tipo *bullet* è particolarmente interessante per dimostrare che, invece, non è possibile evitare il fenomeno della generazione degli interessi sugli interessi nell’ammortamento in regime composto, qualunque esso sia il piano di rimborso e il corrispondente piano d’ammortamento.

Senza operare un’attenta analisi, infatti, si potrebbe essere indotti a commettere l’errore di affermare che tale tipo di prestito sia privo del fenomeno degli interessi sugli interessi dal momento che le quote interessi sembrerebbero calcolate solo sul capitale. Si potrebbe, superficialmente, argomentare che il capitale rimanga invariato fino alla fine e che i rimborsi siano costituiti da soli interessi e che quindi, una volta pagati, non potrebbero produrre ulteriori interessi nei periodi successivi. Con alcuni esempi, si può svelare subito che si tratta solamente di un’illusione; e quindi si mostrerà dov’è il trucco.

Un piccolo esempio di decomposizione del prestito bullet.

Si immagini che Tizio presta a Caio una somma totale di 1.000 euro al tempo 0 e che tale somma sia costituita in due quote, una di euro 316,99 e l’altra di euro 683,01 (per un totale di euro 1.000) da rimborsare, pertanto, con due prestiti così definiti:

- a) un prestito acceso al tempo 0 di euro 316,99 da rimborsare in 4 rate costanti posticipate di importo R esigibili ai tempi 1,2,3,4, rispettivamente, in regime composto (c.d. *francese*) al tasso $i = 10\%$;
- b) un prestito elementare di tipo *zero coupon* sempre acceso al tempo 0 di euro 683,01 da rimborsare in unica soluzione al tempo 4 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$.

Pertanto, Tizio avrà prestato a Caio 1.000 euro al tempo 0 (316,99+683,01) che verranno restituiti ai tempi 1,2,3,4 in regime composto al tasso $i = 10\%$.

È immediato verificare che il piano di ammortamento del prestito a) c.d. *francese* prevede una rata costante posticipata di euro 100,00 esigibile ai tempi 1,2,3,4 come riportato nella seguente *Tabella 3*.

Tabella 3. Piano di ammortamento c.d. *francese*. Esempio a)

k	R	C_k	I_k	M_k
0				316,99
1	100,00	68,30	31,70	248,69
2	100,00	75,13	24,87	173,55
3	100,00	82,64	17,36	90,91
4	100,00	90,91	9,09	0,00

In tal caso (quasi) nessuno ha più dubbi sul fatto che l'ammortamento *francese* in *Tabella 3* esprima una “*palese convenzione anatocistica*”. Ancora di più, proprio nessuno ha dei dubbi sul fatto che il prestito elementare b) tipo “*Zero Coupon presenta una pregnante illiceità, in quanto, l'espressione del TAN [...] in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge.*” Come si può facilmente verificare, il prestito b) prevede il rimborso al tempo 4 in unica rata di euro $1.000 = 683,01 \times (1 + 10\%)^4$ e presenta il piano d'ammortamento in *Tabella 4*.

Tabella 4. Piano di ammortamento *Zero Coupon*. Esempio b)

k	R	C_k	I_k	M_k
0				683,01
1	0,00	-68,30	68,30	751,31
2	0,00	-75,13	75,13	826,45
3	0,00	-82,64	82,64	909,09
4	1.000,00	909,09	90,91	0,00

A questo punto, basti sommare il prestito a) in *Tabella 3* con il prestito b) in *Tabella 4* per accorgersi che la risultante è un prestito *bullet* (Cfr. *Tabella 5*), cosicché l'illusione scompare.

Tabella 5. Un esempio di decomposizione del *bullet* in regime composto.

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k
0				316,99				683,01				1.000
1	100	68,30	31,70	248,69	0,00	-68,30	68,30	751,31	100	0,00	100	1.000
2	100	75,13	24,87	173,55	0,00	-75,13	75,13	826,45	100	0,00	100	1.000
3	100	82,64	17,36	90,91	0,00	-82,64	82,64	909,09	100	0,00	100	1.000
4	100	90,91	9,09	0,00	1.000	909,09	90,91	0,00	1.100	1.000	100	0,00

Ammortamento rata cost. post
(c.d. *francese*)

zero-coupon

prestito *bullet*

Allora, appare del tutto evidente che contrarre un prestito *bullet* equivale a contrarre, nello stesso tempo, due prestiti di cui uno tipo *zero coupon* e uno a rata costante posticipata (c.d. *francese*). Pertanto, coloro i quali affermano che nel prestito tipo *zero coupon* in regime composto sia palese il fenomeno dell'anatocismo, così come anche sia configurabile

per un ammortamento a rata costante posticipata in regime composto (c.d. *francese*), a meno di andare in contraddizione con le loro stesse affermazioni, dovranno ritenere che anche il prestito *bullet* comporta il fenomeno dell'anatocismo con la generazione di interessi sugli interessi. Formalmente è agevole svelare il trucco che sta dietro l'illusione. Difatti, un prestito *bullet* di un capitale S al tasso i , è costituito da un piano che prevede m rimborsi di cui $(m - 1)$ rate costanti posticipate $R = iS$, con un ultimo rimborso al tempo m pari a $R + S$. Allora, nel caso del prestito *bullet*, il principio di equità (che garantisce che l'operazione possa avere corso) in regime composto diviene

$$S = \frac{R}{(1+i)^1} + \frac{R}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R}{(1+i)^{(m-1)}} + \frac{R+S}{(1+i)^m}. \quad (1)$$

La (1) può essere scritta come

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R}{(1+i)^k} + \frac{S}{(1+i)^m}. \quad (2)$$

L'equazione (2) rivela, quindi, che il prestito *bullet* non è altro che la composizione per somma di due prestiti in regime composto:

- un prestito acceso al tempo 0 per un capitale $S - \frac{S}{(1+i)^m}$ da rimborsare in m rate costanti posticipate di importo R esigibili ai tempi $1, 2, \dots, m$, rispettivamente, in regime composto al tasso i (c.d. *francese*);
- un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 per un capitale $\frac{S}{(1+i)^m}$ da rimborsare in unica soluzione al tempo m con un rimborso di importo pari a S .

Questi risultati, allora, permettono di sgomberare il campo da una serie di equivoci (a volte manifestamente grotteschi). Visto che il prestito *bullet* è la somma di un prestito *francese* e di un prestito elementare tipo *zero coupon* nei quali è configurabile la violazione della clausola anatocistica, non si capisce con quale illusione si ritenga di far scomparire l'anatocismo nel prestito di tipo *bullet*.

Tra l'altro, è sufficiente ricorrere agli elementi di teoria dello scambio (come faremo brevemente qui di seguito), per accorgersi che qualsiasi ammortamento progettato a interessi composti comporterà sempre anatocismo (nell'accezione indicata proprio da Banca d'Italia). E il principio di equità che disciplina lo scambio economico, permette di capire che qualsiasi operazione a rimborso graduale progettata in regime composto, è costituita da una collezione di prestiti elementari (tipo *Zero Coupon*) in regime composto sui quali nessuno ha dubbi sul fatto che vi sia anatocismo. Questo vale ed è dimostrabile, come faremo qui di seguito, per qualsiasi ammortamento graduale in regime composto (che sia *francese*, *italiano*, *bullet* o di qualsiasi altro tipo). Pertanto, bisogna prendere atto che il fenomeno dell'anatocismo è indissolubilmente legato al regime di interessi utilizzato, piuttosto che al tipo di ammortamento.

Scambio e posizione di equilibrio in regime composto.

Come già accennato, in matematica applicata all'economia esiste un principio naturale, noto come principio di equità, che garantisce che un'operazione di scambio possa avere corso. Tale principio pervade la nostra quotidianità, poiché è il meccanismo naturale che regola lo scambio tra soggetti. In letteratura tale principio è ampiamente descritto ad esempio nelle opere di Demaria, Bonferroni, Polidori, Levi, Moriconi (solo per citare alcuni illustri autori).

In generale, una qualsiasi operazione di scambio di denaro tra due soggetti, sarà *equa* allorché in un dato istante iniziale, due soggetti si scambiano contestualmente (istantaneamente) la stessa somma di denaro. Solo in tal caso i due soggetti accetteranno di concludere lo scambio poiché altrimenti uno dei due soggetti rileverebbe il proprio svantaggio (e il vantaggio altrui).

Per comprendere la *ratio* naturale dello scambio istantaneo, basti pensare a quante volte ci sarà capitato di avere la necessità di scambiare una banconota con altre di taglio più piccolo. Ad esempio, se dovessi scambiare una banconota da 100 euro con banconote da 20 euro, lo scambio avverrà solo avendo 5 banconote da 20 euro in cambio; se volessero restituirmi 4 banconote da 20 euro non accetterei lo scambio. Allo stesso modo, se chiedessi 6 banconote da 20 euro in cambio della banconota da 100 euro, lo scambio non avrebbe corso perché il mio interlocutore non accetterebbe. Ovviamente si potrebbe decidere di scambiare la banconota da 100 euro secondo quote diverse. Ad esempio, si potrebbe costituire lo scambio della banconota da 100 euro con un'unica quota da 100 euro, così come lo scambio potrebbe costituirsi con 20 banconote da 5 euro, oppure con 10 quote da 10 euro o, anche, con 3 banconote da 20 euro e 4 da 10 euro. Tutte e sole quelle combinazioni di quote che portano alla costituzione dei 100 euro (valore oggetto dello scambio), consentiranno che lo scambio possa avere corso. La stessa cosa accade, quotidianamente, quando ci si reca a fare la spesa al supermercato. Ad esempio volendo acquistare merce per un totale di 45 euro pagando con una banconota da 100 euro, lo scambio avverrà solo avendo 55 euro di resto. Solo in questo modo il valore complessivo delle due quote (45 euro di spesa e di 55 euro di resto), costituirà esattamente il valore complessivo di 100 euro oggetto dello scambio e l'operazione potrà avere corso. Questo principio vale in generale per qualsiasi altro importo oggetto dello scambio. Ad esempio, potrei acquistare due calcolatori da 500 euro ognuno, pagando un importo complessivo di 1000 euro; oppure scambiare una banconota da 5 euro per l'acquisto di 5 arancini del valore di 1 euro l'uno; o anche prendere in prestito 10 mila euro concordando di scambiare tale importo con 3 quote da 2 mila euro e 1 quota da 4 mila euro. Qualsiasi sia il valore totale oggetto dello scambio, affinché lo scambio possa avere corso, il principio di equità richiede che il valore totale delle quote scambiate costituisca il valore complessivo oggetto dello scambio. È intuitivamente evidente, allora, che l'equità costituisce un principio naturale senza il quale non si

avrebbe la garanzia che lo scambio possa avvenire. In violazione del principio di equità, lo scambio potrà avvenire solo se una delle due parti non rilevasse il vantaggio altrui. Ad esempio, sarà sicuramente capitato di fare la spesa al supermercato e, tornati a casa, accorgersi di aver avuto un resto sbagliato, oppure che degli articoli in offerta sono stati invece battuti ad un prezzo più alto: in questo caso si torna al supermercato e si chiede di avere indietro il valore in più corrisposto al momento dello scambio. Il supermercato, essendo un operatore del commercio qualificato, riconoscerà l'errore e sarà disposto a restituire la differenza. In altre parole, lo scambio è avvenuto perché uno dei due operatori non si è accorto del vantaggio altrui, ma nel momento in cui l'operatore svantaggiato si accorge dell'altrui vantaggio, chiede subito di ripristinare l'equilibrio dello scambio.

Formalmente, in linea con la teoria matematica delle operazioni finanziarie eque, e rinviando al costrutto teorico definito negli articoli di Mari e Aretusi,¹⁰ qualsiasi sia il valore S oggetto dello scambio, uno scambio istantaneo potrà avere corso in dato istante $t = 0$, se il valore totale delle m quote S_k poste in cambio di S , costituisce complessivamente il valore oggetto dello scambio, cioè che

$$S = \sum_{k=1}^m S_k . \quad (3)$$

Tale principio costituisce l'equilibrio dello scambio e garantisce che lo scambio possa avere corso in un dato istante $t = 0$. Se lo scambio non avviene istantaneamente al tempo 0, ma le m quote S_k di costituzione del capitale S vengono restituite in tempi futuri, allora per ognuna di queste quote si dovrà calcolare il valore futuro (montante) nel regime di interessi pure prefissato. Se il regime di interessi prescelto per lo scambio è quello composto, allora la (3) diviene

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{(1+i)^k} \quad (4)$$

che stabilisce l'uguaglianza tra il valore attuale in regime composto delle rate di rimborso e il capitale erogato inizialmente. Allora, il capitale iniziale, S , può essere rimborsato in m quote S_k il cui valore ai rispettivi tempi di esigibilità sarà pari a

$$R_k = S_k(1+i)^k, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Le equazioni (3), (4) e (5) mostrano, chiaramente, come un prestito graduale può essere decomposto nella somma di m prestiti elementari; nel seguente paragrafo si faranno alcuni esempi.

¹⁰ Mari C., Aretusi G., "Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare", in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., "Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche", in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115-151, 1-2019.

Alcuni esempi di decomposizione di prestiti graduali in prestiti elementari (*Zero Coupon*) in regime composto.

Per tornare a quanto accennato nell'introduzione, ormai tutti riconoscono la presenza di anatocismo nei prestiti elementari (tipo *zero coupon*). Ad esempio, 1.000 euro prestati al tempo 0 in un'unica soluzione dopo 4 anni al 10% annuale, generano un montante di euro $1.464,10 = 1.000 \times (1 + 10\%)^4$ in regime composto e di euro $1.400 = 1.000 \times (1 + 10\% \times 4)$ in regime semplice.

In questo caso nessuno ha dei dubbi sul fatto che sia palese che tale differenza è dovuta alla generazione di interessi sugli interessi (anatocismo), dal momento che a parità di capitale, di tasso e di durata dell'operazione, si ottengono due risultati diversi dello scambio. Allora, se si riuscisse a mostrare, come si cercherà qui di fare, che qualsiasi prestito graduale progettato in regime composto è uguale alla somma di m prestiti elementari a rimborso unico di tipo *zero coupon* in regime composto, allora sarà ragionevole immaginare che nessuno più dovrebbe avere dubbi riguardo la presenza di anatocismo nei prestiti graduali in regime composto, qualunque sia il piano di ammortamento del prestito. E allora si porteranno tre esempi di decomposizione di prestiti graduali in prestiti elementari: *francese, italiano e bullet*.

Francese. Si immagini che Tizio presta a Caio una somma totale di 1.000 euro al tempo 0 e che tale somma si costituisca in 4 prestiti elementari così definiti:

- a) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 286,79 da rimborsare in unica soluzione al tempo 1 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $315,47 = 286,79 \times (1 + 10\%)^1$;
- b) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 260,72 da rimborsare in unica soluzione al tempo 2 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $315,47 = 260,72 \times (1 + 10\%)^2$;
- c) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 237,02 da rimborsare in unica soluzione al tempo 3 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $315,47 = 237,02 \times (1 + 10\%)^3$;
- d) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 215,47 da rimborsare in unica soluzione al tempo 4 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $315,47 = 215,47 \times (1 + 10\%)^4$.

Pertanto, Tizio avrà prestato a Caio un capitale di 1.000 euro al tempo 0 costituito complessivamente in quattro quote ($286,79 + 260,72 + 237,02 + 215,47 = 1.000$) che verranno restituite ognuna in unica soluzione, rispettivamente, ai tempi 1,2,3,4 in regime composto al tasso $i = 10\%$. La seguente *Tabella 6* riporta i piani di ammortamento dei quattro prestiti elementari appena descritti.

Tabella 6. Piani di ammortamento prestiti elementari *Zero Coupon*. Esempi a), b), c), d)

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				286,79				260,72	
1	315,47	286,79	28,68	0,00	0,00	-26,07	26,07	286,79	
2					315,47	286,79	28,68	0,00	
3									
4									
				a)					b)

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				237,02				215,47	
1	0,00	-23,70	23,70	260,72	0,00	-21,55	21,55	237,02	
2	0,00	-26,07	26,07	286,79	0,00	-23,70	23,70	260,72	
3	315,47	286,79	28,68	0,00	0,00	-26,07	26,07	286,79	
4					315,47	286,79	28,68	0,00	
				c)					d)

A questo punto, basti sommare i prestiti a), b), c), d) in *Tabella 6* per accorgersi che la risultante è un prestito *francese* (Cfr. *Tabella 7*) con rate costanti posticipate di euro 315,47.

Tabella 7. Piano di ammortamento *francese* come somma dei prestiti elementari in *Tabella 6*.

k	R	C_k	I_k	M_k
0				1.000,00
1	315,47	215,47	100,00	784,53
2	315,47	237,02	78,45	547,51
3	315,47	260,72	54,75	286,79
4	315,47	286,79	28,68	0,00

Sulla base delle equazioni (3), (4) e (5) è sempre possibile decomporre un prestito *francese* in prestiti elementari. Appare evidente, quindi, che se vi è anatocismo nei prestiti elementari in regime composto di *Tabella 6*, allora l'anatocismo non può scomparire nel prestito *francese* di *Tabella 7* che è la risultante della loro somma.

Italiano. Si immagini che Tizio presta a Caio una somma totale di 1.000 euro al tempo 0 e che tale somma si costituisca in 4 prestiti elementari così definiti:

- un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 318,18 da rimborsare in unica soluzione al tempo 1 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $350 = 318,18 \times (1 + 10\%)^1$;
- un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 268,60 da rimborsare in unica soluzione al tempo 2 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $325 = 268,60 \times (1 + 10\%)^2$;
- un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 225,39 da rimborsare in unica soluzione al tempo 3 con un

rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $300 = 225,39 \times (1 + 10\%)^3$;

- d) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 187,83 da rimborsare in unica soluzione al tempo 4 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $275 = 187,83 \times (1 + 10\%)^4$.

Pertanto, Tizio avrà prestato a Caio un capitale di 1.000 euro al tempo 0 costituito complessivamente in quattro quote ($318,18 + 268,60 + 225,39 + 187,83 = 1.000$) che verranno restituite ognuna in unica soluzione, rispettivamente, ai tempi 1,2,3,4 in regime composto al tasso $i = 10\%$. La seguente *Tabella 8* riporta i piani di ammortamento dei quattro prestiti elementari appena descritti.

Tabella 8. Piani di ammortamento prestiti elementari *Zero Coupon*. Esempi a), b), c), d)

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				318,18				268,60	
1	350,00	318,18	31,82	0,00	0,00	-26,86	26,86	295,45	
2					325,00	295,45	29,55	0,00	
3									
4									
a)					b)				

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				225,39				187,83	
1	0,00	-22,54	22,54	247,93	0,00	-18,78	18,78	206,61	
2	0,00	-24,79	24,79	272,73	0,00	-20,66	20,66	227,27	
3	300,00	272,73	27,27	0,00	0,00	-22,73	22,73	250,00	
4					275,00	250,00	25,00	0,00	
c)					d)				

A questo punto, basti sommare i prestiti a), b), c), d) in *Tabella 8* per accorgersi che la risultante è un prestito *italiano* (Cfr. *Tabella 9*) con quote costanti di variazione del debito residuo.

Tabella 9. Piano di ammortamento *italiano* come somma dei prestiti elementari in *Tabella 8*.

k	R	C_k	I_k	M_k
0				1.000,00
1	350,00	250,00	100,00	750,00
2	325,00	250,00	75,00	500,00
3	300,00	250,00	50,00	250,00
4	275,00	250,00	25,00	0,00

Sulla base delle equazioni (3), (4) e (5) è sempre possibile decomporre un prestito *italiano* in prestiti elementari. Appare evidente, quindi, che se vi è anatocismo nei prestiti elementari in regime composto di *Tabella 8*, allora l'anatocismo non può scomparire nel prestito *italiano* di *Tabella 9* che è la risultante della loro somma.

Bullet. Si immagina che Tizio presta a Caio una somma totale di 1.000 euro al tempo 0 e che tale somma si costituisca in 4 prestiti elementari così definiti:

- a) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 90,91 da rimborsare in unica soluzione al tempo 1 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $100 = 90,91 \times (1 + 10\%)^1$;
- b) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 82,64 da rimborsare in unica soluzione al tempo 2 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $100 = 82,64 \times (1 + 10\%)^2$;
- c) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 75,13 da rimborsare in unica soluzione al tempo 3 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $100 = 75,13 \times (1 + 10\%)^3$;
- d) un prestito elementare di tipo *zero coupon* acceso al tempo 0 di euro 751,31 da rimborsare in unica soluzione al tempo 4 con un rimborso in regime composto al tasso $i = 10\%$ pari a euro $1.100 = 751,31 \times (1 + 10\%)^4$.

Pertanto, Tizio avrà prestato a Caio un capitale di 1.000 euro al tempo 0 costituito complessivamente in quattro quote ($90,91+82,64+75,13+751,31=1.000$) che verranno restituite ognuna in unica soluzione, rispettivamente, ai tempi 1,2,3,4 in regime composto al tasso $i = 10\%$. La seguente *Tabella 10* riporta i piani di ammortamento dei quattro prestiti elementari appena descritti.

Tabella 10. Piani di ammortamento prestiti elementari *Zero Coupon*. Esempi a), b), c), d)

k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				90,91				82,64	
1	100	90,91	9,09	0,00	0,00	-8,26	8,26	90,91	
2					100	90,91	9,09	0,00	
3									
4									
a)					b)				
k	R	C_k	I_k	M_k	R	C_k	I_k	M_k	
0				75,13				751,31	
1	0,00	-7,51	7,51	82,64	0,00	-75,13	75,13	826,45	
2	0,00	-8,26	8,26	90,91	0,00	-82,64	82,64	909,09	
3	100	90,91	9,09	0,00	0,00	-90,91	90,91	1.000	
4					1.100	1.000	100	0,00	
c)					d)				

A questo punto, basti sommare i prestiti a), b), c), d) in *Tabella 10* per accorgersi che la risultante è un prestito *bullet* (Cfr. *Tabella 11*).

Tabella 11. Piano di ammortamento *bullet* come somma dei prestiti elementari in *Tabella 10*.

k	R	C_k	I_k	M_k
0				1.000,00
1	100,00	0,00	100,00	1.000,00
2	100,00	0,00	100,00	1.000,00
3	100,00	0,00	100,00	1.000,00
4	1.100,00	1.000,00	100,00	0,00

Sulla base delle equazioni (3), (4) e (5) è sempre possibile decomporre un prestito *bullet* in prestiti elementari. Appare evidente, quindi, che se vi è anatocismo nei prestiti elementari in regime composto di *Tabella 10*, allora l'anatocismo non può scomparire nel prestito *bullet* di *Tabella 11* che è la risultante della loro somma.

In questo senso, allora, le costruzioni logiche che tentano di individuare particolari sottoinsiemi di operazioni finanziarie che, sebbene progettate ad interessi composti, non comportino anatocismo, appaiono come puri sofismi¹¹.

Brevi considerazioni conclusive.

In queste brevi note si è cercato di mostrare, con dei facili esempi, che il fenomeno dell'anatocismo è indissolubilmente legato al regime di interessi utilizzato, piuttosto che al tipo di ammortamento. Gli equivoci che vengono generati nel dibattito multidisciplinare in atto sul tema dell'anatocismo, oltre a non tenere conto delle evidenze matematiche, rischiano di minare la formazione di un giudizio che dovrebbe poggiare su rilievi oggettivi. In altre parole, spesso si potrebbe parlare di vere e proprie *fake news*: dire che l'anatocismo in matematica è un concetto che non esiste, quando invece si rinviene la sinonimia tra anatocismo e interesse composto almeno nella letteratura dei due secoli precedenti

¹¹ Alla luce di tali evidenze, appare non condivisibile quanto affermato dagli Autori dell'articolo "*L'ammortamento alla francese. Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata*". (Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., Op.Cit.) i quali sostengono che "*Il regime dell'interesse composto non si pone tuttavia in un rapporto di sinonimia con l'anatocismo, bensì è il genus nel cui ambito si colloca l'anatocismo come species: quest'ultimo, inteso come produzione di interessi su interessi, non esaurisce l'intero ambito di applicazione del regime composto.*" Gli autori ritengono, cioè, che il *genus* sia costituito dal regime composto, che è (fuori di ogni dubbio) un oggetto matematico, al cui interno andrebbe individuato l'anatocismo come produzione di interessi sugli interessi come *species*. Dal momento che il *genus* è un oggetto matematico, allora la *species* dovrà essere, necessariamente, un oggetto matematico anch'esso, per la sua stessa natura di *species* del *genus*. In questo senso, quindi, il rigore logico impone di chiedersi quale sia l'oggetto matematico corrispondente all'anatocismo come *species*, contenuto nell'oggetto matematico corrispondente al regime composto come *genus*. In altre parole, è noto quale sia l'oggetto matematico corrispondente al *genus*, ma non è dato sapere quale sia l'oggetto matematico corrispondente alla *species*. E gli autori non offrono alcuna soluzione o risposta a questa immediata e logica implicazione della congettura da loro stessi sostenuta; con ciò dimostrando la natura sofistica dell'argomentazione.

(finanche Banca d'Italia ne stabilisce la sinonimia sui suoi canali istituzionali); dire che l'anatocismo è un fenomeno solo italiano, quando si rilevano definizioni di anatocismo come sinonimo di interesse composto nei più prestigiosi dizionari al livello mondiale¹² e si registrano numerose dispute internazionali sul tema dell'anatocismo¹³; dire che esiste la possibilità di stabilire “*una diversa partizione (quota capitale e quota interessi) della stessa rata, con il medesimo esito sul piano finanziario*” così confondendo il risultato finanziario con quello algebrico e ignorando che, attraverso il principio di equità, la formazione della rata e del corrispondente piano di ammortamento sono legati da una relazione uno ad uno che non è possibile violare, sia sotto il punto di vista matematico che giuridico. Ebbene, osservare che ancora vengono sostenute, con tanta leggerezza, tali (fallaci) argomentazioni, generando degli equivoci spesso manifestamente grotteschi, rileva la necessità di fare un po' di chiarezza. Ripercorrendo le fasi del dibattito, inizialmente si diceva che l'ammortamento c.d. *francese* fosse progettato in regime semplice, per poi accorgersi, come scritto in tutti manuali di matematica, che invece segue il regime composto. Quindi il dibattito si è spostato a chiedersi se il regime composto fosse anatocistico o meno. Si è messo in dubbio che il concetto di anatocismo esistesse in matematica; ci si è chiesti se il regime composto comporti interessi sugli interessi e se questi interessi sugli interessi possano ritenersi anatocistici, nonostante la definizione di regime composto è quella di produrre interessi sugli

¹² Cfr. Merriam Webster. <https://www.merriam-webster.com/dictionary/anatocism>
 Cfr. *The Free Dictionary by FARLEX.* <https://legal-dictionary.thefreedictionary.com/Anatocism>

¹³ Solo a scopo esemplificativo si vedano i seguenti casi di studio e riferimenti bibliografici:

- *Compañía del Desarrollo de Santa Elena v. Costa Rica*, 15 ICSID (W. Bank) 169, 200 (2000): “*to award only simple interest... in relation to cases of injury or simple breach of contract*”;
https://www.italaw.com/documents/santaelena_award.pdf
- *McKesson Corp. v. Iran*, 116 F. Supp. 2d 13, 41 (D.D.C. 2000): “*international courts have over a period of decades followed the custom of granting only simple interest*”;
<https://law.justia.com/cases/federal/district-courts/FSupp2/116/13/2576087/>
- Paolo Cerina. *Interest as Damages in International Commercial Arbitration*, Vol. 4 No. 3 ARIA. 255, 261 (1993): *assuming that the majority of arbitral tribunals do not “award compound interest in order to avoid engaging in presumably complex (and expensive) calculations and the substantial sums involved”*;
- Michael S. Knoll. *A Primer on Prejudgment Interest*, 75 Tex. L. Rev. 293 (1996), at 306 (“*The traditional, common-law rule is that prejudgment interest is not compounded.*”);
https://scholarship.law.upenn.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2146&context=faculty_scholarship
- Sinclair, P. *COMPOUND INTEREST AND ITS VALIDITY (OR INVALIDITY) IN THE BANK-CUSTOMER RELATIONSHIP: THE STATE-OF-THE-ART OF BRITISH COMMON LAW DISCUSSED BY VIRTUE OF A COMPARATIVE ANALYSIS*. Law and Economics Yearly Review (LEYR). Volume 5 – Part 1 – 2016.
http://www.laweconomicsyearlyreview.org.uk/Law_and_Economics_Yearly_Review_LEYR_Journal_vol_5_part_1_2016.pdf

interessi (è come dire che io non sono io). Si è dibattuto sull'esistenza della possibilità di progettare ammortamenti in regime semplice, perché (a detta di alcuni) l'ammortamento si potrebbe fare solo in composto, nonostante, già nel 1938, Bonferroni spiegava come sviluppare l'ammortamento in regime semplice.

Si è rappresentato l'anatocismo come un sottoinsieme del regime composto per cui, se c'è il regime composto, non per forza ci sarebbe anatocismo; coloro che sostengono tale congettura, però, non spiegano quale sia l'oggetto matematico corrispondente all'anatocismo, cosa che sarebbe fondamentale per capire quando ci sarebbe anatocismo (se l'anatocismo è un sottoinsieme di un oggetto matematico -si legge regime composto- è logico chiedersi, ed è doveroso spiegare, quale sia il sottoinsieme matematico che corrisponde all'anatocismo). Allora, si è detto che l'anatocismo non c'entra nulla perché non si configurerebbe alcuna violazione del 1283 cc (adducendo le fiacche - per evitare di ripetere fallaci - argomentazioni sopra esposte), dimenticandosi però che la stessa Banca d'Italia ha chiarito che l'anatocismo è l'interesse composto e che il codice civile ne prevede (art.1283) un generale divieto; dimenticandosi, altresì, che l'art.821 c.3 stabilisce che il regime ordinario di calcolo degli interessi è quello semplice e che l'ordinamento è costellato da tutta una serie di norme che attengono ai principi di trasparenza, correttezza, buona fede, affidamento, etc. che a loro volta coinvolgono altre norme del nostro ordinamento, che sono tutte rilevanti a tale riguardo. Quindi si è argomentato, dapprima che esisterebbero ammortamenti che non implicano l'utilizzo di un regime di interessi, portando come esempio il *bullet*, per poi accorgersi che anche il *bullet* è in regime composto; allora si è detto che anche se il *bullet* è in regime composto, non comporterebbe interessi sugli interessi perché gli interessi verrebbero pagati ad ogni scadenza, come se il fatto di anticipare gli interessi rispetto al capitale non avrebbe alcun rilievo finanziario (basti pensare al fatto che il debito residuo è un montante, che è una miscela di capitale e interessi).

Fortunatamente, nonostante tutto ciò, negli ultimi anni il problema lentamente sta trovando una sua definizione. Infatti, grazie al contributo proveniente da diversi ambiti disciplinari, si sta finalmente creando un bagaglio condiviso tra matematica e diritto che riesce ad evidenziare gli aspetti matematici rilevanti e le possibili implicazioni in diritto di tale fenomeno.¹⁴

Allora, per dare un piccolo contributo alla definizione del problema, in questo lavoro si è tentato di chiarire l'equivoco relativo alla presunta

¹⁴ Cfr. Documento finale del Convegno ASSUBA “Anatocismo ed usura nei mutui – profili civilistici: alla ricerca di un linguaggio comune tra matematica e diritto”, a cura di (in ordine alfabetico) Aretusi G., Germinara C.M., Germinara L., Mari C., Nerbi M., Provenzano D., Sirgiovanni M., Spagna Musso B., in www.ilcaso.it.
<https://openstat.it/matematica-finanziaria-econometria-anatocismo/anatocismo-ed-usura-nei-mutui-profilo-civilistici-alla-ricerca-di-un-linguaggio-comune-tra-matematica-e-diritto/>

assenza di anatocismo nel prestito di tipo “*bullet*” e in generale negli ammortamenti in regime composto. Se “*il finanziamento di tipo Zero Coupon presenta una pregnante illiceità, in quanto, l’espressione del TAN [...] in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge*”, non si capisce come possa sfuggire alla stessa regola un qualsiasi altro tipo di ammortamento in regime composto che, come mostrato, è la somma di finanziamenti di tipo *Zero Coupon* in regime composto.