



COSTITUZIONE DEL CAPITALE E AMMORTAMENTO:
QUESTIONI RELATIVE AL DIBATTITO IN ATTO IN TEMA
DI ANATOCISMO NEI PRESTITI GRADUALI[®]

di GRAZIANO ARETUSI

29 giugno 2022

SOMMARIO: **1.** Introduzione - **2.** Alcune questioni sugli ammortamenti in regime composto. - **3.** Costruire l'ammortamento francese in maniera non consapevole attraverso la tecnica computistica - **4.** L'ammortamento quale risultante del processo di costituzione del capitale - **5.** Altri esempi di costituzione del capitale e ammortamento in regime composto: italiano e *bullet*. - **6.** Conclusioni

Introduzione.

Nel dibattito multidisciplinare in atto in tema di anatocismo nei prestiti gradualmente, si fa ancora fatica a cogliere il fenomeno della composizione degli interessi nel piano di ammortamento alla francese. Ciò è probabilmente dovuto al fatto che, per il comune operatore, è difficile comprendere la complessità insita nella dinamica del piano di ammortamento ricorrendo ai modelli della matematica finanziaria. È come se, ascoltando un brano musicale, vi chiedessero di individuare, tra diversi spartiti musicali a disposizione, quello corrispondente proprio al brano che state ascoltando; anche conoscendo le basi della musica, a meno di una profonda conoscenza della teoria musicale, non sareste in grado di cogliere la corrispondenza tra il brano musicale e lo spartito.

In verità, nella letteratura di settore si ritrovano diverse dimostrazioni della presenza degli interessi sugli interessi che valgono per la generalità dei piani di ammortamento progettati in regime composto e, in particolare, per i piani a rata costante posticipata in regime composto (c.d. *francese*). La dimostrazione più cristallina ricorre alla decomposizione dei prestiti gradualmente come somma di prestiti elementari. Chi scrive aveva già mostrato che in letteratura è noto che è possibile decomporre un qualunque prestito graduale come somma di prestiti elementari, portando degli esempi per l'ammortamento francese, italiano e *bullet*¹. Non a caso, diversi autori, tra cui Cacciafesta², Fersini e

[®] Lo scritto costituisce materiale divulgativo messo a disposizione degli utenti registrati al sito Openstat.it, www.openstat.it e-mail: info@openstat.it

¹ Cfr. Aretusi G., *Brevi note sulla presunta assenza di anatocismo nei prestiti gradualmente in regime composto, con esempi per l'ammortamento francese, italiano e bullet*. In www.openstat.it

² Cfr. Cacciafesta F. *Ammortamento francese e bullet: simul stabunt, simul cadent*. Nota disponibile su ASSOCTU, dicembre 2020.

Olivieri³, hanno spiegato che qualsiasi ammortamento può essere decomposto in una collezione di prestiti elementari che, se sommati, ricompongono il prestito originario. Per cui, se è palese la presenza di anatocismo nei prestiti elementari tipo *zero coupon*, esso non può poi scomparire nella loro somma. Se “*il finanziamento di tipo Zero Coupon presenta una pregnante illiceità, in quanto, l’espressione del TAN [...] in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge*”⁴, non si capisce come possa sfuggire alla stessa regola un qualsiasi altro tipo di ammortamento in regime composto (che sia francese, italiano o *bullet*) che è la somma di finanziamenti di tipo *zero coupon* in regime composto.

E dire che, in verità, oltre che essere mostrato, si è anche dimostrato che nei prestiti in regime composto, qualunque sia il piano di rimborso (sia esso in unica soluzione alla scadenza oppure graduale nel tempo, a rate costanti o meno), gli interessi che maturano in un determinato periodo generano ulteriori interessi nei periodi successivi, dando luogo al fenomeno della generazione degli interessi sugli interessi⁵.

In altre parole, l’anatocismo è indissolubilmente legato al regime di interessi utilizzato e l’unico modo per evitarlo è quello di progettare il piano di ammortamento in regime semplice⁶. Solo in questo modo gli interessi sono direttamente proporzionali al tempo e al capitale impiegato.

Nonostante i risultati offerti dalla matematica, però, si fa ancora fatica a comprendere tutte le implicazioni legate alla progettazione dei prestiti gradualmente e spesso si osservano letture del fenomeno alquanto singolari.

Allora, per rendere più intuitiva la comprensione del fenomeno e per contribuire a rafforzare quel linguaggio comune tra matematica e diritto che finalmente va delineandosi⁷, in questo lavoro si affronteranno alcune questioni legate al meccanismo di generazione degli interessi sugli interessi presente proprio negli ammortamenti in regime composto.

³ Cfr. Fersini P., Olivieri G. *Sull’“anatocismo” nell’ammortamento francese*. Rivista Banche E Banchieri, 2-2015.

⁴ Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., *L’ammortamento alla francese. Il regime composto e l’anatocismo: la verità celata*, Rivista IL RISPARMIO, 2019-I, pagg.5-81, 2019.

⁵ Cfr. Mari C., Aretusi G., *Sull’ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche*, in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115- 151, 1-2019. In www.openstat.it

⁶ Cfr. Mari C., Aretusi G., *Sull’esistenza e unicità dell’ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018. In www.openstat.it

⁷ Cfr. Documento finale del Convegno ASSUBA, *Anatocismo ed usura nei mutui – profili civilistici: alla ricerca di un linguaggio comune tra matematica e diritto*, a cura di (in ordine alfabetico) Aretusi G., Germinara C.M., Germinara L., Mari C., Nerbi M., Provenzano D., Sirgiovanni M., Spagna Musso B., in www.ilcaso.it. <https://openstat.it/matematica-finanziaria-econometria-anatocismo/anatocismo-edusura-nei-mutui-profilo-civilistici-alla-ricerca-di-un-linguaggio-comune-tramatematica-e-diritto/>

Alcune questioni sugli ammortamenti in regime composto.

Recentemente si è formata una significativa giurisprudenza che riconosce l'applicazione degli interessi sugli interessi nei piani di ammortamento progettati in regime composto, rilevando che, sotto le medesime condizioni contrattuali, vi è la possibilità di sviluppare piani di ammortamento in regime semplice degli interessi, evitando la generazione di interessi sugli interessi. In particolare, dal momento che si è compreso che tali piani di ammortamento prevedono di calcolare la rata costante posticipata in regime composto, è stato immediato chiedersi se quei profili di illegittimità rilevati nel contenzioso formatosi negli ultimi trent'anni sui conti correnti bancari per via dell'utilizzo del regime composto nel calcolo degli interessi, fossero presenti anche in questa tipologia di operazioni⁸: e dire che, seppur trattasi di strumenti diversi (prestiti e conti correnti), si è mostrato, da un punto di vista computazionale, che un prestito graduale può essere interpretato come computo scalare di un conto corrente⁹.

Va evidenziato che la letteratura scientifica di settore, almeno da un secolo, offre la possibilità di sviluppare gli ammortamenti sia nel regime composto che in quello semplice, tenendo conto anche delle varie epoche di impostazione dell'equilibrio dello scambio¹⁰. In particolare, per il

⁸ Cfr. Trib. Bari, Sede di Rutigliano, 29 ottobre 2008, n.113; Trib. Larino, sede di Termoli, 3 maggio 2012, nr.119; C. giustizia U.E., 19 luglio 2012, caso C-591/10; Giudice di Pace di Teramo, 16 febbraio 2016, n.135; Trib. Campobasso, 22 febbraio 2016, n.108; Trib. Napoli, 13 febbraio 2018, n.1558; Trib. Lucca, 10 maggio 2018, n.763; Trib. Massa, 13 novembre 2018, n.797; Trib. Massa, 7 febbraio 2019, n.160; Trib. Cremona, 11 marzo 2019, n.177; Trib. Cremona, 18 marzo 2019, n.201; Trib. Cremona, 27 marzo 2019, n.221; Trib. Cremona, 28 marzo 2019, n.227; Trib. Cremona, 23 aprile 2019, n.287; App. Campobasso, 5 dicembre 2019, n.412; Trib. Massa, 4 febbraio 2020, n.90; C. giustizia U.E., 3 marzo 2020, caso C-125/18; Trib. Campobasso, 26 marzo 2020, n.158; Trib. Prato, 3 giugno 2020, n.250; Trib. Lucca, 10 giugno 2020, n.476; Trib. Napoli, 15 giugno 2020, n.4102; Trib. Bari, 8 luglio 2020, n.2168; Trib. Massa, 3 agosto 2020, n.384; App. Bari, 27 ottobre 2020, n.1980; Trib. Campobasso, 4 novembre 2020, n.528; Trib. di Campobasso, 4 novembre 2020, n.528; Trib. di Roma, 21 gennaio 2021, n.2188; Trib. di Massa, 4 maggio 2021, ordinanza RG.329; Trib. di Viterbo, 5 giugno 2021, n.733; Trib. di Larino, 13 settembre 2021, n.359; Trib. di Pesaro, 13 ottobre 2021, n.739; Trib. di Nola, 9 dicembre 2021, n.704; Trib. di La Spezia, 21 dicembre 2021, n.739; Trib. di Vicenza, 1° febbraio 2022, n.170; Trib. Cremona, 8 gennaio 2022, n.8; Trib. Campobasso, 18 marzo 2022, n.156; Trib. Lecce, 21 marzo 2022, n.788; Trib. Taranto, 28 marzo 2022, n.796; App. Napoli, 19 aprile 2022, n.1724; Trib. Velletri, 24 maggio 2022, n.1098; Sentenze disponibili in www.openstat.it

⁹ Cfr. G. Aretusi e G. Panzeca, *Interpretazione di un prestito graduale come computo scalare di un conto corrente: alcuni esempi per l'ammortamento francese, italiano e bullet*. In www.openstat.it

¹⁰ Cfr. C. E. Bonferroni, *Fondamenti di Matematica attuariale*, Litografia Felice Gili, Torino, 1938, pp.273, 317; G. Aretusi, *Mutui e Anatocismo: Aspetti matematici e tecnici - Nuova edizione rivista e integrata con applicativi di calcolo*. Lulu Press Inc., Raleigh (USA), 2018; Mari C., Aretusi G., *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., *Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche*, in Rivista IL RISPARMIO, pp. 115- 151, 1-2019.

piano di ammortamento francese, sono note, altresì, le formule dirette che consentono di calcolare il valore della rata costante nei vari regimi di interesse e secondo l'epoca di impostazione prescelti¹¹.

Nel dibattito in atto, però, ci si interroga ancora se nelle quote interesse di un ammortamento a rata costante posticipata in regime composto (c.d. *francese*), vi siano interessi sugli interessi.

A tale riguardo, alcuni Autori¹² sostengono che il metodo di ammortamento alla francese non determinerebbe alcuna illegittima applicazione di interessi sugli interessi, *“poiché la quota di interessi di ogni rata viene calcolata sul debito residuo del periodo precedente, costituito dalla quota capitale ancora dovuta, detratto l'importo già pagato in linea capitale con le rate precedenti, senza che gli interessi passivi già predisposti costituiscano base di calcolo nella rata successiva (nel qual caso si avrebbe un interesse composto). In altri termini, l'interesse applicato è un interesse semplice in quanto la quota di ogni singola rata è calcolata solo sulla quota di capitale residuo e non anche sulla stessa aumentata della quota interessi”*.

In buona sostanza, l'argomentazione generalmente utilizzata da questi Autori, è che il piano di ammortamento alla francese non comporterebbe l'addebito degli interessi sugli interessi, giacché si limiterebbe a conteggiare gli interessi sul debito residuo per il periodo che intercorre fra una rata e la successiva.

La cosa sembrerebbe risolversi così, molto ingenuamente, se non fosse che altri Autori hanno dimostrato, in maniera rigorosa, che è proprio il conteggio degli interessi sul debito residuo che costituisce la prova della presenza degli interessi sugli interessi, per il semplice fatto che nel debito residuo ci sono, già, altri interessi. In questo senso, è emblematico quanto affermato da Olivieri e Fersini¹³: *“poiché la rata dell'ammortamento “francese” è calcolata nel regime finanziario della capitalizzazione composta, ciò comporta, necessariamente, il calcolo di interessi su interessi”* ... *“La considerazione spesso utilizzata per affermare che nell'ammortamento francese non esiste il fenomeno del calcolo dell'interesse sugli interessi già maturati è che, in ciascun periodo, la quota interessi è calcolata sul debito residuo nell'anno precedente, argomentando che di fatto si ‘pagano’ gli interessi solo sul capitale ancora da restituire ed escludendo la possibilità di calcolo degli interessi sulla componente di interessi già corrisposta”* ... *“Tale affermazione ignora [...] il fatto che il debito residuo è funzione della quota capitale che a sua volta dipende dal calcolo della rata costante, che ricordiamo è calcolata nel regime finanziario della capitalizzazione*

¹¹ Cfr. Aretusi G., *Formule per il calcolo della rata costante posticipata in regime composto e in regime semplice degli interessi con l'uso del foglio elettronico*, in www.openstat.it, 29 maggio 2021.

¹² Cfr. Rutigliano e Faccincani, *Brevi note per riconoscere, “si spera definitivamente”, l'assenza di anatocismo nel mutuo con piano di ammortamento “alla francese”*, in *Banche e banchieri*, 2017, p. 333.

¹³ Cfr. G.Olivieri & P.Fersini, *Sull'“anatocismo” nell'ammortamento francese*, *Rivista Banche & Banchieri*, 2/2015.

composta. Non bisogna dimenticare che gli interessi ancorché ‘semplici’ nell’intervallo temporale, supposto unitario, tra due scadenze successive, finiscono per incorporarsi nel capitale che li ha generati, secondo lo schema tipico della capitalizzazione composta”.

Pertanto, da un lato c’è chi sostiene che il piano di ammortamento alla francese sarebbe calcolato in regime semplice perché ad ogni scadenza la quota interessi viene calcolata solo sul debito residuo e, dall’altro, c’è chi osserva che il regime composto si riflette anche nelle quote interesse perché nel debito residuo sono già incorporati gli interessi dei periodi precedenti.

Per chiarire quale delle due affermazioni risulta esatta, si dovrà comprendere a fondo come si sviluppa un piano di ammortamento e le ragioni per cui si sviluppa in un determinato modo. Allora, nelle prossime sezioni illustreremo, dapprima, la tecnica computistica per sviluppare un piano di ammortamento alla francese. A questo punto saremo capaci di sviluppare, meccanicamente, un piano di ammortamento, senza però alcuna consapevolezza del modello matematico che lo ha generato. Per questo motivo, per acquisire piena consapevolezza del fenomeno, si illustrerà il modello matematico che consente di costituire il capitale e di progettare un piano di ammortamento. Per agevolare la comprensione, non si utilizzeranno formule, ma solo esempi e calcoli numerici, rimandando l’approccio formale alle dimostrazioni disponibili nella letteratura di settore¹⁴.

Costruire l’ammortamento francese in maniera non consapevole attraverso la tecnica computistica.

La metodologia comunemente utilizzata nel mercato del credito per lo sviluppo del piano d’ammortamento alla francese non è molto complessa da un punto di vista computistico:

- si calcola, dapprima, la rata costante secondo una formula in regime composto;
- la rata, quindi, si manda in ammortamento ad intervalli regolari ed uniformi, ottenendo una tabella, detta piano di ammortamento, che riporta le quote capitale e interesse che compongono ogni singola rata;
- la quota interesse è calcolata moltiplicando il tasso di interesse periodale¹⁵ con il debito residuo rilevato a seguito del rimborso della rata del periodo precedente;

¹⁴ Cfr. Mari C., Aretusi G., *Sull’esistenza e unicità dell’ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., *Sull’ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche*, in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115-151, 1-2019.

¹⁵ Per la teoria dei tassi equivalenti, dato un tasso annuale i , volendo calcolare il tasso periodale i_q per la frazione q di anno (ad esempio $q = 1/2$ nel caso del semestre di un anno di 360 giorni e mesi tutti di 30 giorni) risulterà: in regime composto $i_q = (1 + i)^q - 1$; in regime semplice $i_q = i \cdot q$. Nella pratica bancaria, però, l’utilizzo del regime composto quasi mai è accompagnato dall’uso di tassi periodali equivalenti.

- la quota capitale è ottenuta come differenza tra il valore della rata costante e della quota interesse;
- il debito residuo è calcolato come differenza tra il debito residuo rilevato a seguito del rimborso della rata del periodo precedente e la quota capitale della rata appena rimborsata.

In altre parole, data la rata, ad ogni scadenza si calcola dapprima la quota interessi (moltiplicando il tasso per il debito residuo), poi la quota capitale (per differenza tra la rata e la quota interessi) e, quindi, il debito residuo (come differenza tra il debito residuo e la quota capitale).

Facendo un piccolo esempio, si consideri un prestito di 1.000,00 euro con ammortamento in 4 anni e rimborso annuale ($k=1, 2, 3, 4$) a rata costante posticipata calcolata al tasso annuo del 10%.

Seguendo la tecnica appena descritta, dapprima si calcolerà la rata in regime composto. Ad esempio, utilizzando il “*Calcolatore della rata del mutuo*” che Banca d’Italia mette a disposizione sui suoi canali di educazione finanziaria¹⁶, si ottiene un importo di rata pari a euro 315,47. È bene evidenziare che Banca d’Italia effettua il calcolo della rata secondo una formula in regime composto¹⁷.

A questo punto, si manda la rata di euro 315,47 (calcolata in regime composto) in ammortamento, ottenendo, ad ogni scadenza, prima la quota interessi (dalla moltiplicazione del tasso per il debito residuo del periodo precedente), poi la quota capitale (come differenza tra l’importo della rata e della quota interessi) e, infine, il nuovo debito residuo (come differenza tra il debito residuo precedente e la quota capitale appena calcolata). Il piano d’ammortamento prevederà, allora, i passaggi algebrici riportati nella seguente *Tabella 1*.

k	Rata	Quota capitale	Quota interessi	Debito residuo
0				1.000,00
1	315,47	$315,47-100,00=215,47$	$10\% \times 1.000,00=100,00$	$1.000,00-215,47=784,53$
2	315,47	$315,47-78,45=237,02$	$10\% \times 784,53=78,45$	$784,53-237,02=547,51$
3	315,47	$315,47-54,74=260,72$	$10\% \times 547,51=54,75$	$547,51-260,72=286,79$
4	315,47	$315,47-28,68=286,79$	$10\% \times 286,79=28,68$	$286,79-286,79=0$

Tabella 1. Procedura di calcolo del piano d’ammortamento alla francese: prestito di 1.000,00 euro con ammortamento in 4 anni e rimborso annuale a rata costante posticipata, calcolata al tasso del 10% annuo.

Il piano appena elaborato, seppur calcolato a partire da una rata ottenuta attraverso una formula in regime composto degli interessi, non sembrerebbe presupporre, poi, l’utilizzo di un regime, dal momento che parrebbe generato solo da una procedura algebrica con dei semplici

Piuttosto, gli istituti bancari utilizzano, come tasso periodale, il c.d tasso convertibile, ottenuto dividendo il tasso annuale per la frequenza di rimborso annuale. Il tasso convertibile così calcolato, si dimostra essere sempre maggiore del tasso equivalente in regime composto.

¹⁶ Cfr. <https://economieapertutti.bancaditalia.it/calcolatori/calcolatore-della-rata-del-mutuo/>

¹⁷ Cfr. Aretusi G., *Qual è il codice di calcolo utilizzato da Bankitalia per le rate di un mutuo?*, in <https://openstat.it/matematica-finanziaria-econometria-anatocismo/qual-e-il-codice-di-calcolo-utilizzato-da-bankitalia-per-le-rate-di-un-mutuo/>

calcoli aritmetici. Seppur la rata è calcolata in regime composto, dove sarebbe la composizione degli interessi se questi sono calcolati, con una semplice procedura di calcolo, sempre e solo sul debito residuo della rata precedente?

È certamente vero che è facile (e superficiale) accettare una tale procedura, in maniera dogmatica, senza conoscerne il meccanismo che l'ha generata, solo perché apparentemente banale e intuitiva; ma è anche vero che, in tal modo, si corre il rischio di fare affermazioni sbagliate su un meccanismo di cui si ignora la formazione. In questo senso, non è troppo ingenuo ritenere che tale procedura di calcolo del piano di ammortamento si sia autodeterminata, senza alcun modello matematico alla base dello sviluppo che ne consenta la corretta interpretazione?

Senza conoscere la ragione per cui il piano di ammortamento si sviluppa in uno specifico e determinato modo, non si riuscirebbe a rispondere o, ugualmente, si potrebbe rispondere in molteplici modi, tra loro incompatibili, a delle semplici domande. Perché si calcola la quota interessi sul debito residuo, piuttosto che sulla quota capitale? Che cosa rappresenta la quota capitale nel piano di ammortamento? Qual è la natura del debito residuo?

Nella discussione attualmente in atto, allora, la mancanza di un sufficiente approfondimento da parte degli interlocutori, fa sì che si moltiplicano proposte e si sovrappongono ragionamenti che si avvolgono su sé stessi, spesso in evidente contraddizione tra di loro. È mai possibile ritenere che il regime composto utilizzato per il calcolo della rata, possa scomparire nell'ammortamento che viene generato a partire dalla stessa rata? È mai possibile affermare che per sviluppare un piano d'ammortamento di un prestito rateale non è necessario stabilire un regime di interessi? È mai possibile dichiarare che si può stabilire una diversa partizione (in quota capitale e quota interessi) della stessa rata, con il medesimo esito sul piano finanziario? È mai possibile sostenere che un'operazione finanziaria possa essere regolata, contemporaneamente, da due diversi regimi di interesse, composto nella rata e semplice nell'ammortamento?

Nelle prossime sezioni, con un piccolo esempio, si darà risposta a questi quesiti.

L'ammortamento quale risultante del processo di costituzione del capitale.

Quanto sin qui mostrato non è sufficiente per comprendere con piena consapevolezza il modello matematico che genera un ammortamento. Per fare ciò bisogna collocarsi nel momento in cui due operatori si confrontano per realizzare lo scambio: qual è la condizione originaria che garantisce che lo scambio possa avere corso?

Diversi Autori, tra cui Demaria, Bonferroni, Polidori, Levi, Moriconi (solo per citarne alcuni), hanno affrontato tale questione e hanno ampiamente descritto la condizione che garantisce che un'operazione di

scambio possa avere corso. Si tratta di un principio naturale, che pervade la quotidianità di ognuno di noi e regola ogni operazione di scambio tra operatori. In generale, una qualsiasi operazione di scambio di denaro tra due soggetti potrà avere corso solo se i due operatori si scambiano istantaneamente (contestualmente) la stessa somma di denaro. Solo in tal caso i due soggetti accetteranno di concludere lo scambio poiché, altrimenti, uno dei due rileverebbe il proprio svantaggio (e il vantaggio altrui). La letteratura ha ampiamente descritto le caratteristiche di tale regola, anche nota come “*principio di equità*” o “*punto di equilibrio*” dello scambio (Cfr. *Tabella 2*).

Per comprendere la *ratio* naturale dello scambio, basti pensare a quante volte ci sarà capitato di avere la necessità di scambiare una banconota con altre di taglio più piccolo. Ad esempio, se dovessi scambiare una banconota da 100 euro con banconote da 20 euro, lo scambio avverrà solo avendo 5 banconote da 20 euro in cambio; se volessero restituirmi 4 banconote da 20 euro non accetterei lo scambio. Allo stesso modo, se chiedessi 6 banconote da 20 euro in cambio della banconota da 100 euro, lo scambio non avrebbe corso perché il mio interlocutore non accetterebbe. Sul piatto dello scambio da una parte verrà depositata la somma di euro 100 e dall'altra saranno depositate le banconote da 20 euro, una alla volta, portando il conto della somma raggiunta (costituita) e di quella rimanente (ancora da costituire): alla prima banconota saranno costituiti 20 euro e 80 ancora da costituire, alla seconda, 40 euro e 60 euro, alla terza banconota, sono raggiunti 60 euro e 40 ancora da porre sul piatto, alla quarta 80 euro e 20 rimanenti e alla quinta banconota 100 depositati sul piatto e 0 rimanenti. Solo a questo punto lo scambio si chiude.

Ovviamente si potrebbe decidere di scambiare la banconota da 100 euro secondo quote diverse. Ad esempio, si potrebbe costituire lo scambio della banconota da 100 euro con un'unica quota da 100 euro, così come lo scambio potrebbe costituirsi con 20 banconote da 5 euro, oppure con 10 quote da 10 euro o, anche, con 3 banconote da 20 euro e 4 da 10 euro. Tutte e sole quelle combinazioni di quote che portano alla costituzione dei 100 euro (valore oggetto dello scambio), consentiranno che lo scambio possa avere corso.

La stessa cosa accade, quotidianamente, quando ci si reca a fare la spesa al supermercato. Ad esempio volendo acquistare merce per un totale di 45 euro pagando con una banconota da 100 euro, lo scambio avverrà solo avendo 55 euro di resto. Solo in questo modo il valore complessivo delle due quote (45 euro di spesa e di 55 euro di resto), costituirà esattamente il valore complessivo di 100 euro oggetto dello scambio e l'operazione potrà avere corso. Questo principio vale, in generale, per qualsiasi altro importo oggetto dello scambio. Potrei acquistare due calcolatori da 500 euro ognuno, pagando un importo complessivo di 1000 euro; oppure scambiare una banconota da 5 euro per l'acquisto di 5 arancini del valore di 1 euro l'uno; o anche prendere in prestito 1.000 euro concordando di scambiare tale importo con 3 quote da 200 euro e 1 quota da 400 euro.

Autore	Principio di equità (o di equivalenza) finanziaria
Demaria, <i>Trattato di logica economica</i> , I, Padova, 1962.	«La ricerca della posizione o punto di equilibrio dello scambio costituisce il problema centrale della scienza economica, tanto che nessun ragionamento si può fare in materia di economia senza possederne chiaramente i principi essenziali. La teoria dello scambio è infatti fondamentale. Essa non vale solo per lo scambio istantaneo, ma si applica pure allo scambio attraverso il tempo, come sono tutti i problemi di produzione, capitalizzazione, risparmio nella Statica e nella Dinamica. [...] La posizione di equilibrio per lo scambista è quella in cui l'utilità finale del bene ricevuto è uguale a quella del bene dato in cambio»
Bonferroni, <i>Fondamenti di Matematica attuariale</i> , Torino, 1938	«Una caratteristica della matematica finanziaria e attuariale, <u>al quale si riducono, in fondo, tutti gli altri che di tale disciplina si considerano pertinenti</u> , è quello di determinare un sistema di incassi e di pagamenti, o, se si vuole, di entrate ed uscite, che si equivalgono finanziariamente, nel senso che gli incassi, tenendo conto degli interessi che fruttano cioè dell'impiego che ne viene fatto servono a fronteggiare esattamente i pagamenti.» “Perché un'operazione ad un conto sia in equilibrio, occorre e basta che l'incasso eguagli la somma dei valori iniziali dei pagamenti, calcolati con sconto coniugato alle leggi cui è collocato l'incasso. »
Polidori, <i>Matematica Finanziaria</i> , Firenze, 1954	«Definita nel suo aspetto formale un'operazione finanziaria, per poter procedere nello studio di essa e risolvere i problemi ad essa inerenti, abbiamo a nostra disposizione la conoscenza delle leggi che regolano il computo degli interessi sulle somme scambiate fra i contraenti . Ma questa conoscenza non basterebbe ancora da sola a stabilire relazioni matematiche fra i dati di un'operazione finanziaria, se questi non fossero ulteriormente vincolati da un altro <u>principio, fondamentale per ogni problema di matematica finanziaria</u> , e seguito nelle attuali consuetudini sociali-finanziarie. Questo principio, che prende il nome di principio dell'equivalenza finanziaria , si annuncia nel modo seguente. Data un'operazione finanziaria definita dallo schema esposto nel paragrafo precedente” [scambio di importi monetari tra due soggetti A e B secondo la legge di interessi prescelta] – “e svolgentesi nell'intervallo di tempo (0,t): il valore ad un tempo qualsiasi dell'intervallo (0,t) di tutte le prestazioni di A è uguale al valore allo stesso tempo di tutte le controprestazione di B.»
Levi, <i>Corso di Matematica Finanziaria</i> , Milano, 1959	«Essendo molteplici le scadenze sia delle prestazioni che delle controprestazioni, bisognerà fissare anche un'epoca di riferimento e intendere che tra le prestazioni e le controprestazioni debba sussistere il vincolo che, riportandole, con la legge di interesse o sconto prescelta, all'epoca di riferimento pure prefissata, il valore delle prime eguagli il valore delle seconde »
Levi, <i>Matematica Finanziaria ed Attuariale</i> ”, Milano, 1979	«Due somme, disponibili in tempi diversi, si dicono equivalenti , se i loro valori attuali calcolati al tempo 0 (oggi), con una data legge di sconto, sono uguali »
Levi, <i>Matematica Finanziaria ed Attuariale</i> ”, Milano, 1979	«L'ammortamento è equo dal punto di vista finanziario, se la somma dei valori attuali delle single rate al tempo 0 eguaglia la somma prestata; o analogamente se la somma dei montanti delle single rate, al tempo n, eguaglia il montante, al tempo n, della somma prestata»
Moriconi, <i>Matematica Finanziaria</i> , Bologna, 1994	«L' equità caratterizza quindi un'operazione di scambio in equilibrio, nella quale il valore (attuale) delle somme incassate è uguale al valore (attuale) delle somme pagate»

Tabella 2. Principio di equità: le definizioni nella letteratura economica e finanziaria

Qualsiasi sia il valore totale oggetto dello scambio, affinché lo scambio possa avere corso, il principio di equità richiede che il valore totale delle quote scambiate costituisca il valore complessivo oggetto dello scambio. È intuitivamente evidente, allora, che l'equità costituisce un principio naturale senza il quale non si avrebbe la garanzia che lo scambio possa avvenire. In violazione del principio di equità, lo scambio potrà realizzarsi solo se una delle due parti non rilevasse il vantaggio altrui. Ad esempio, sarà sicuramente capitato di fare la spesa al supermercato e, tornati a casa, accorgersi di aver avuto un resto sbagliato, oppure che degli articoli in offerta sono stati invece battuti ad un prezzo più alto: in questo caso si torna al supermercato e si chiede di avere indietro il valore in più corrisposto al momento dello scambio. Il supermercato, essendo un operatore del commercio qualificato, riconoscerà l'errore e sarà disposto a restituire la differenza. In altre parole, lo scambio è avvenuto perché uno dei due operatori non si è accorto del vantaggio altrui, ma nel momento in cui l'operatore svantaggiato si accorge dell'altrui vantaggio, chiede subito di ripristinare l'equilibrio dello scambio.

Per comprendere come agisce lo scambio, facciamo un esempio. Immaginiamo che Tizio e Caio si scambino 1.000 euro. Tizio dà 1.000 euro a Caio in cambio di 4 quote di costituzione del capitale pari rispettivamente a 286,79 euro, 260,72 euro, 237,02 euro e 215,47 euro. Se lo scambio avviene istantaneamente, i 1.000 euro di Tizio saranno costituiti esattamente dalle quattro quote di capitale scambiate da Caio (dal momento che $1.000 = 286,79 + 260,72 + 237,02 + 215,47$) e lo scambio tra i due soggetti potrà avere corso¹⁸.

Per descrivere l'operazione di scambio istantaneo, Tizio poggerà sul piatto dello scambio 1.000 euro, mentre Caio depositerà sul piatto le quattro quote, contandone in sequenza l'ammontare complessivo di capitale via via costituito: 286,79 euro, 547,51 euro, 784,53 euro, 1.000 euro. Inoltre, ogni volta che Caio deposita sul piatto le quote di scambio, porta il conto del capitale residuo che rimane ancora da costituire: 713,21 euro, 452,49 euro, 215,47 euro, 0 euro. L'ultima quota di euro 215,47 chiude e dà corso allo scambio. A questo punto il capitale costituito ammonterà a 1.000 euro e il capitale ancora da costituire sarà pari a 0.

Se lo scambio non avviene istantaneamente, ma si propone che Caio riceva subito da Tizio i 1.000 euro, per restituire le quattro quote di costituzione del capitale (286,79; 260,72; 237,02; 215,47) in tempi futuri, allora Tizio non sarà più propenso a dare corso allo scambio dovendo mettere a disposizione subito i 1.000 euro per non averli subito indietro. Affinché lo scambio possa avere corso, Tizio dovrà avere "interesse" nel mettere subito a disposizione di Caio l'importo di 1.000

¹⁸ Nell'esempio riportato, le quote di costituzione non sono state scelte a caso, ma in modo da avere, come si vedrà, un ammortamento francese con rata costante posticipata in regime composto. È ovvio che l'esempio può essere replicato, come faremo nella prossima sezione, con altre combinazioni di quote di costituzione che, complessivamente, costituiscano il capitale oggetto dello scambio o, in altri termini, che rispettino il principio di equità.

euro e attendere la restituzione in un tempo futuro; contestualmente, Caio dovrà accettare di remunerare l'interesse di Tizio nel mettere a disposizione anticipatamente una somma di denaro.

Si immagini, allora, che Tizio e Caio convengano di scambiare i 1.000 euro nelle quattro quote capitale che costituiscono lo scambio (286,79; 260,72; 237,02; 215,47) e di prevedere di restituire tali quote in quattro anni, rispettivamente ognuna alla scadenza di ogni anno, in cambio di una remunerazione dell'interesse pari al 10% annuo calcolato in regime composto. La *Tabella 3.a* riporta il piano di costituzione e rimborso di questa operazione di scambio così convenuta tra i due operatori.

k	Quota Capitale di costituzione	Rata di rimborso (montante della quota capitale al 10% in regime composto)	Quota Interesse di costituzione	Capitale ancora da costituire
0				1.000
1	286,79	$286,79 \times (1+10\%)^1 = \mathbf{315,47}$	$315,47 - 286,79 = \mathbf{28,68}$	$1.000 - 286,79 = \mathbf{713,21}$
2	260,72	$260,72 \times (1+10\%)^2 = \mathbf{315,47}$	$315,47 - 260,72 = \mathbf{54,75}$	$713,21 - 260,72 = \mathbf{452,49}$
3	237,02	$237,02 \times (1+10\%)^3 = \mathbf{315,47}$	$315,47 - 237,02 = \mathbf{78,45}$	$452,49 - 237,02 = \mathbf{215,47}$
4	215,47	$215,47 \times (1+10\%)^4 = \mathbf{315,47}$	$315,47 - 215,47 = \mathbf{100,00}$	$215,47 - 215,47 = \mathbf{0}$

Tabella 3.a. Piano di costituzione del capitale: scambio di 1.000 euro con quattro quote di capitale (286,79; 260,72; 237,02; 215,47) da restituire in quattro anni, rispettivamente alla scadenza di ogni anno, al tasso del 10% annuo calcolato in regime composto.

In altre parole, Caio rimborserà i 1.000 euro prestatigli da Tizio in quattro rate annuali costanti posticipate, di importo pari a 315,47 euro, comprensive di capitale e interesse al tasso del 10% annuale in regime composto. Non può sfuggire che si tratta proprio di un tipico schema "alla francese". Come non può sfuggire che per definire l'operazione di scambio nel tempo si è dovuto precisare il tasso di interesse e il relativo regime di applicazione degli interessi.

Solo in questo modo le parti possono convenire tutti gli elementi dello scambio, con ciò garantendo che l'operazione possa avere corso regolarmente.

Nel piano di costituzione del capitale, le quote capitale e interesse assumono un significato ben preciso: quantificano, rispettivamente, l'ammontare di capitale rimborsato e l'ammontare di interessi corrisposti, con il pagamento della rata in scadenza. Per cui, ad ogni scadenza, con il pagamento della rata, Caio rimborserà la rispettiva quota capitale assieme agli interessi calcolati al tasso e nel regime convenuti.

Solo a questo punto, dopo aver definito il piano di costituzione del capitale, è possibile costruire il piano di ammortamento, che non si genera attraverso la procedura apparentemente autodeterminata riportata in *Tabella 1*, ma è la risultante del piano di costituzione del capitale riportato in *Tabella 3.a*.

Rimandando al lavoro di Mari e Aretusi¹⁹, i quali hanno ricavato il modello matematico generale che consente di sviluppare piani sia nel regime composto che nel regime semplice, alle varie epoche di impostazione dell'equilibrio dello scambio, è possibile comprendere il collegamento tra le fasi di costituzione e di ammortamento del capitale. Allora, il piano di ammortamento si può sviluppare direttamente dal piano di costituzione e rimborso del capitale in *Tabella 3.a*, considerando che:

- il Debito residuo è il montante, calcolato al tasso del 10% annuale, in regime composto, del “capitale ancora da costituire”;
- le quote interesse si ottengono sul montante, calcolato al tasso del 10% annuale in regime composto, del “capitale ancora da costituire”;
- le “quote capitale di ammortamento” misurano la variazione del debito residuo tra un tempo e il successivo.

La seguente *Tabella 3.b* riporta i passaggi algebrici appena descritti.

k	Debito residuo (montante del Capitale ancora da costituire)	Quota Interesse di ammortamento	Quota Capitale di ammortamento
0	$1.000 \times (1+10\%)^0 = 1.000$		
1	$713,21 \times (1+10\%)^1 = 784,53$	$10\% \times 1.000 \times (1+10\%)^0 = 100$	$1.000 - 784,53 = 215,47$
2	$452,49 \times (1+10\%)^2 = 547,51$	$10\% \times 713,21 \times (1+10\%)^1 = 78,45$	$784,53 - 547,51 = 237,02$
3	$215,47 \times (1+10\%)^3 = 286,79$	$10\% \times 452,49 \times (1+10\%)^2 = 54,75$	$547,51 - 286,79 = 260,72$
4	$0 \times (1+10\%)^4 = 0$	$10\% \times 215,47 \times (1+10\%)^3 = 28,68$	$286,79 - 0 = 286,79$

Tabella 3.b. Modello per la determinazione del piano di ammortamento come risultante del piano di costituzione e rimborso del capitale riportato in *Tabella 3*. Prestito di 1.000 euro con ammortamento in 4 anni e rimborso annuale a rata costante posticipata (c.d. *francese*), calcolata al tasso del 10% annuo.

È interessante rilevare che, una volta fissate le quote capitale di costituzione dello scambio riportate in *Tabella 3.a* (286,79; 260,72; 237,02; 215,47) e convenuti la frequenza di restituzione delle quote capitale, il tasso e il regime di interessi, si può calcolare direttamente il piano di ammortamento in *Tabella 3.b*.

A questo punto è possibile interpretare, con piena consapevolezza, le informazioni contenute nel piano di ammortamento circa la natura del debito residuo e delle quote capitale e interesse:

- il debito residuo non ha la natura di capitale puro, ma è il montante del capitale ancora da costituire;
- la quota capitale di ammortamento non quantifica l'ammontare di capitale che viene rimborsato con il pagamento della rata in scadenza, bensì rappresenta la variazione del debito residuo;

¹⁹ Cfr. Mari C., Aretusi G., *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., *Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche*, in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115-151, 1-2019. In www.openstat.it

- la quota interesse di ammortamento non quantifica l'ammontare di interessi corrisposti con il pagamento della rata in scadenza, bensì quantifica l'ammontare di interessi maturati per effetto del trascorrere del tempo.

Gli elementi appena esposti, consentono di dare risposta ai quesiti riportati nelle precedenti sezioni, semplicemente in considerazione del fatto che, come evidente, lo scambio è regolato nella fase di costituzione del capitale, prima ancora che nell'ammortamento, il quale, a sua volta, è la risultante del processo di costituzione del capitale.

Possiamo quindi affermare che non è possibile che il regime composto utilizzato per il calcolo della rata, possa scomparire nell'ammortamento che viene generato a partire dalla stessa rata, dal momento che il regime si riflette sia nella costituzione del capitale, che nell'ammortamento quale risultante del processo di costituzione del capitale. Non è possibile sviluppare un piano d'ammortamento di un prestito rateale senza stabilire un regime di interessi, altrimenti non sarebbe possibile determinare l'importo delle rate, dei debiti residui e delle quote capitale e interesse dell'ammortamento. Non è possibile stabilire una diversa partizione (in quota capitale e quota interessi) della stessa rata, con il medesimo esito sul piano finanziario, perché, fissati la frequenza dei rimborsi, il tasso e il regime, ad un valore di rata corrisponde una sola partizione in quote di costituzione di capitale e, quindi, un solo ammortamento. Non è possibile che un'operazione finanziaria possa essere regolata, contemporaneamente, da due diversi regimi di interesse, composto nella rata e semplice nell'ammortamento, perché attraverso le quote di costituzione del capitale il regime utilizzato per la rata si riflette direttamente sul piano di ammortamento.

Altri esempi di costituzione del capitale e ammortamento in regime composto: italiano e *bullet*.

Nell'esempio riportato nella precedente sezione, le quote di costituzione del capitale sono state scelte in modo da avere un ammortamento *francese*, ossia a rata costante posticipata in regime composto. L'esempio può essere replicato, con qualsiasi altra combinazione di quote di costituzione che, complessivamente, costituiscano il capitale oggetto dello scambio o, in altre parole, che rispettino il principio di equità. In questo modo si può costruire qualsiasi altro tipo di ammortamento a partire dalle quote di costituzione del capitale. In generale, per calcolare le quote capitale di costituzione, basterà attualizzare al tempo iniziale le rate al tasso e nel regime prefissati. In particolare, in questa sezione si faranno altri due esempi per l'ammortamento *italiano* e *bullet*²⁰.

²⁰ Trattandosi di esempi scolastici si utilizzerà l'approssimazione alla seconda cifra decimale.

Costituzione e ammortamento italiano. Si immagina che Tizio e Caio convengano di scambiare 1.000 euro in quattro quote capitale che costituiscono complessivamente l'importo oggetto dello scambio (318,18; 268,60; 225,39; 187,83). I due soggetti convengono di restituire tali quote in quattro anni, rispettivamente ognuna alla scadenza di ogni anno, in cambio di una remunerazione dell'interesse pari al 10% annuo calcolato in regime composto. Le *Tabella 4.a* e *Tabella 4.b* riportano, rispettivamente, il piano di costituzione e di ammortamento di questa operazione di scambio. Come si può osservare si tratta di un ammortamento a quote capitale di ammortamento costanti anche detto del tipo *italiano*.

k	Quota Capitale di costituzione	Rata di rimborso (montante della quota capitale al 10% in regime composto)	Quota Interesse di costituzione	Capitale ancora da costituire
0				1.000
1	318,18	$318,18 \times (1+10\%)^1 = \mathbf{350}$	$350 - 318,18 = \mathbf{31,82}$	$1.000 - 318,18 = \mathbf{681,82}$
2	268,60	$268,60 \times (1+10\%)^2 = \mathbf{325}$	$325 - 268,60 = \mathbf{56,40}$	$681,82 - 268,60 = \mathbf{413,22}$
3	225,39	$225,39 \times (1+10\%)^3 = \mathbf{300}$	$300 - 225,39 = \mathbf{74,61}$	$413,22 - 225,39 = \mathbf{187,83}$
4	187,83	$187,83 \times (1+10\%)^4 = \mathbf{275}$	$275 - 187,83 = \mathbf{87,17}$	$187,83 - 187,83 = \mathbf{0}$

Tabella 4.a. Piano di costituzione del capitale: scambio di 1.000 euro con quattro quote di capitale (318,18; 268,60; 225,39; 187,83) da restituire in quattro anni, rispettivamente alla scadenza di ogni anno, al tasso del 10% annuo calcolato in regime composto.

k	Debito residuo (montante del Capitale ancora da costituire)	Quota Interesse di ammortamento	Quota Capitale di ammortamento
0	$1.000 \times (1+10\%)^0 = \mathbf{1.000}$		
1	$681,82 \times (1+10\%)^1 = \mathbf{750}$	$10\% \times 1.000 \times (1+10\%)^0 = \mathbf{100}$	$1.000 - 750 = \mathbf{250}$
2	$413,22 \times (1+10\%)^2 = \mathbf{500}$	$10\% \times 681,82 \times (1+10\%)^1 = \mathbf{75}$	$750 - 500 = \mathbf{250}$
3	$187,83 \times (1+10\%)^3 = \mathbf{250}$	$10\% \times 413,22 \times (1+10\%)^2 = \mathbf{50}$	$500 - 250 = \mathbf{250}$
4	$0 \times (1+10\%)^4 = \mathbf{0}$	$10\% \times 187,83 \times (1+10\%)^3 = \mathbf{25}$	$250 - 0 = \mathbf{250}$

Tabella 4.b. Modello per la determinazione del piano di ammortamento come risultante del piano di costituzione e rimborso del capitale riportato in *Tabella 4.a*. Prestito di 1.000 euro con ammortamento in 4 anni e rimborso annuale a quota capitale di ammortamento costante (c.d. *italiano*), calcolato al tasso del 10% annuo.

Costituzione e ammortamento bullet. Si immagina che Tizio e Caio convengano di scambiare 1.000 euro in quattro quote capitale che costituiscono complessivamente l'importo oggetto dello scambio (90,91; 82,64; 75,13; 751,31). I due soggetti convengono di restituire tali quote in quattro anni, rispettivamente ognuna alla scadenza di ogni anno, in cambio di una remunerazione dell'interesse pari al 10% annuo calcolato in regime composto. Le *Tabella 5.a* e *Tabella 5.b* riportano, rispettivamente, il piano di costituzione e di ammortamento di questa operazione di scambio. Come si può osservare si tratta di un ammortamento del tipo *bullet*.

k	Quota Capitale di costituzione	Rata di rimborso (montante della quota capitale al 10% in regime composto)	Quota Interesse di costituzione	Capitale ancora da costituire
0				1.000
1	90,91	$90,91 \times (1+10\%)^1 = 100$	$100 - 90,91 = 9,09$	$1.000 - 90,91 = 909,09$
2	82,64	$82,64 \times (1+10\%)^2 = 100$	$100 - 82,64 = 17,36$	$909,09 - 82,64 = 826,45$
3	75,13	$75,13 \times (1+10\%)^3 = 100$	$100 - 75,13 = 24,87$	$826,45 - 75,13 = 751,31$
4	751,31	$751,31 \times (1+10\%)^4 = 1.100$	$1.100 - 751,31 = 348,69$	$751,31 - 751,31 = 0$

Tabella 5.a. Piano di costituzione del capitale: scambio di 1.000 euro con quattro quote di capitale (90,91; 82,64; 75,13; 751,31) da restituire in quattro anni, rispettivamente alla scadenza di ogni anno, al tasso del 10% annuo calcolato in regime composto.

k	Debito residuo (montante del Capitale ancora da costituire)	Quota Interesse di ammortamento	Quota Capitale di ammortamento
0	$1.000 \times (1+10\%)^0 = 1.000$		
1	$909,09 \times (1+10\%)^1 = 1.000$	$10\% \times 1.000 \times (1+10\%)^0 = 100$	$1.000 - 1.000 = 0$
2	$826,45 \times (1+10\%)^2 = 1.000$	$10\% \times 909,09 \times (1+10\%)^1 = 100$	$1.000 - 1.000 = 0$
3	$751,31 \times (1+10\%)^3 = 1.000$	$10\% \times 826,45 \times (1+10\%)^2 = 100$	$1.000 - 1.000 = 0$
4	$0 \times (1+10\%)^4 = 0$	$10\% \times 751,31 \times (1+10\%)^3 = 100$	$1.000 - 0 = 1.000$

Tabella 5.b. Modello per la determinazione del piano di ammortamento come risultante del piano di costituzione e rimborso del capitale riportato in *Tabella 5.a.* Prestito di 1.000 euro con ammortamento in 4 anni del tipo *bullet*, calcolato al tasso del 10% annuo.

Conclusioni.

In questo lavoro si è mostrata la relazione tra costituzione del capitale e ammortamento. L'ammortamento è la risultante del processo di costituzione del capitale nell'operazione di scambio, tanto è vero che già il Bonferroni²¹ ne descrive la relazione:

“L'ammortamento si può concepire, pertanto, come risultante di n costituzioni di capitale (corrispondenti alle n [quote di costituzione del capitale]), chiuse rispettivamente [alle scadenze stabilite]”.

In altri termini, la somma delle quote di capitale ancora da costituire, forma il debito residuo dell'ammortamento, quale montante ottenuto nel regime di interessi prescelto, cosicché il regime utilizzato per la costituzione del capitale si riversa direttamente nell'ammortamento risultante.

Lo sviluppo del modello matematico, quindi, permette di comprendere che nel piano di ammortamento la quota capitale non rappresenta *“la somma destinata al rimborso del capitale erogato”* ma la variazione del debito residuo; a sua volta, il debito residuo all'inizio di ciascun periodo, non rappresenta il *“capitale ancora in godimento al mutuatario”*, bensì il suo montante (i.e. miscela di capitale e interessi) calcolato nel regime di interessi prefissato. Per questo motivo, il fatto che la quota interessi di un ammortamento sia calcolata sul debito residuo all'inizio di ciascun

²¹ Bonferroni, *Fondamenti di Matematica attuariale*, Torino, 1938, p.292.

periodo, vede l'applicazione diretta (e non semplice) di un tasso su un montante comprensivo non solo di capitale, ma anche di interessi²². Ed è proprio il calcolo della quota interessi sul debito residuo che caratterizza gli ammortamenti in regime composto, a differenza degli ammortamenti in regime semplice in cui la quota interessi viene calcolata sul capitale ancora da costituire, questo sì formato da solo capitale: ciò preclude la possibilità di generare interessi sugli interessi negli ammortamenti in regime semplice²³.

In questo senso, sostenere che seppur sia necessario stabilire un regime per il calcolo della rata, è possibile sviluppare un piano d'ammortamento di un prestito rateale senza stabilire un regime di interessi, o che è possibile stabilire una diversa partizione (in quota capitale e quota interessi) della stessa rata, con il medesimo esito sul piano finanziario, o anche che un'operazione finanziaria può essere regolata, contemporaneamente, da due diversi regimi di interesse, composto nella rata e semplice nell'ammortamento, sono verità talmente ovvie ed elementari da risultare...false!

Nonostante i risultati offerti dalla matematica, si fa ancora fatica a comprendere tutte le implicazioni legate alla progettazione dei prestiti gradualmente e spesso si osservano proposte e soluzioni alquanto singolari. Ad esempio, taluni Autori²⁴ propongono di calcolare le quote interessi dell'ammortamento sulle quote capitale dell'ammortamento stesso, proposta che, sulla base delle evidenze riportate in questo lavoro, risulta priva di ogni fondamento.

Ripercorrendo le fasi del dibattito sui prestiti gradualmente, inizialmente si diceva che l'ammortamento c.d. francese fosse progettato in regime

²² Ad esempio, nella sentenza del Tribunale di Torino del 18 febbraio 2022, n.718, il giudice Dott. E. Astuni, seppur riconosca la presenza del regime composto nel calcolo della rata, forma il suo giudizio sulla base delle seguenti premesse: *“Ogni rata costante si compone di una quota interessi e di una quota capitale: dal punto di vista del mutuatario, la quota interessi rappresenta il corrispettivo dell'uso del denaro mentre la quota capitale rappresenta la somma destinata al rimborso del capitale erogato”*; *“Il metodo di ammortamento, corrente nella pratica e usato anche nei contratti di mutuo all'odierno esame, calcola la quota degli interessi di ammortamento, a ogni scadenza, sul capitale “iniziale” (i.e. all'inizio di ciascun periodo) ancora in godimento al mutuatario e in base al tasso di interesse di periodo”*. Come si è avuto modo di dimostrare in questo lavoro, tali premesse non risultano corrette dal momento che nell'ammortamento *“corrente nella pratica”* la quota capitale non rappresenta *“la somma destinata al capitale erogato”*, ma la variazione del debito residuo; a sua volta, il debito residuo all'inizio di ciascun periodo, non rappresenta il *“capitale ancora in godimento al mutuatario”*, bensì il suo montante, comprensivo di capitale e interessi calcolati nel regime di interessi prefissato.

²³ Per approfondimenti sugli ammortamenti in regime semplice si rinvia a Mari C., Aretusi G., *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in Rivista IL RISPARMIO, 1-2018; Mari C., Aretusi G., *Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice: alcune considerazioni concettuali e metodologiche*, in Rivista IL RISPARMIO, pagg. 115- 151, 1-2019. In www.openstat.it

²⁴ Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., *L'ammortamento alla francese. Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata*, Rivista IL RISPARMIO, 2019-I, pagg.5-81, 2019.

semplice, per poi accorgersi, come scritto in tutti i manuali di matematica, che invece segue il regime composto. Quindi il dibattito si è spostato sul chiedersi se il regime composto fosse anatocistico o meno. Si è messo in dubbio che il concetto di anatocismo esistesse in matematica; ci si è chiesti se il regime composto comporti interessi sugli interessi e se questi interessi sugli interessi possano ritenersi anatocistici, nonostante la definizione di regime composto è quella di produrre interessi sugli interessi. Si è dibattuto sull'esistenza della possibilità di progettare ammortamenti in regime semplice, perché (a detta di alcuni) l'ammortamento si potrebbe fare solo in composto, nonostante, già nel 1938, Bonferroni spiegava come sviluppare l'ammortamento in regime semplice. Si è rappresentato l'anatocismo come un sottoinsieme del regime composto per cui, se c'è il regime composto, non per forza ci sarebbe anatocismo; coloro che sostengono tale congettura, però, non spiegano quale sia l'oggetto matematico corrispondente all'anatocismo, cosa che sarebbe fondamentale per capire quando ci sarebbe anatocismo (se l'anatocismo è un sottoinsieme di un oggetto matematico -si legge regime composto- è logico chiedersi, ed è doveroso spiegare, quale sia il sottoinsieme matematico che corrisponde all'anatocismo). Allora, si è detto che l'anatocismo non c'entra nulla perché non si configurerebbe alcuna violazione del 1283 cc, dimenticandosi però che la stessa Banca d'Italia ha chiarito che l'anatocismo è l'interesse composto e che il codice civile ne prevede (art.1283) un generale divieto²⁵; dimenticandosi, altresì, che l'art.821 c.3 stabilisce che il regime ordinario di calcolo degli interessi è quello semplice e che l'ordinamento è costellato da tutta una serie di norme che attengono ai principi di trasparenza, correttezza, buona fede, affidamento, etc. che a loro volta coinvolgono altre norme del nostro ordinamento, che sono tutte rilevanti a tale riguardo. Quindi si è argomentato, dapprima che esisterebbero ammortamenti che non implicano l'utilizzo di un regime di interessi, portando come esempio il *bullet*, per poi accorgersi che anche il *bullet* è in regime composto; allora si è detto che anche se il *bullet* è in regime composto, non comporterebbe interessi sugli interessi perché gli interessi verrebbero pagati ad ogni scadenza, come se il fatto di anticipare gli interessi rispetto al capitale non avrebbe alcun rilievo finanziario (basti pensare al fatto che il debito residuo è un montante, che è una miscela di capitale e interessi). Si è anche detto²⁶ che seppur “*il finanziamento di tipo Zero Coupon presenta una pregnante illiceità, in quanto, l'espressione del TAN [...] in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge*”, “*nell'attuale quadro giuridico [...] il finanziamento di tipo Bullet risulta del tutto legittimo*”

²⁵ Cfr. Aretusi G., *Brevi note sulla presunta assenza di anatocismo nei prestiti gradualmente in regime composto, con esempi per l'ammortamento francese, italiano e bullet*. In www.openstat.it

²⁶ Cfr. Marcelli R., Pastore A.G., Valente A., *L'ammortamento alla francese. Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata*, Rivista IL RISPARMIO, 2019-I, pagg.5-81, 2019.

e che l'ammortamento all'italiana va considerato “*alla stregua di un ordinario finanziamento Bullet*”, sfuggendo alla comprensione umana come la “*pregnante illiceità*” del prestito *zero coupon* possa scomparire in un qualunque altro tipo di ammortamento in regime composto (che sia francese, italiano, *bullet*, etc.) che è nient'altro che una somma di *zero coupon*²⁷ già viziati da una riconosciuta “*pregnante illiceità*”.

Ma l'argomentazione più spesso addotta per giustificare la presenza di anatocismo nei prestiti a rimborso graduale, è nel dire che la rata è calcolata in regime composto, mentre l'ammortamento è calcolato in regime semplice degli interessi: come si è avuto modo di vedere in questo lavoro, si tratta, anche in questo caso, di *fake news*, dal momento che il regime utilizzato per la costituzione del capitale si riversa direttamente nell'ammortamento. Affermare il contrario o insinuare dei dubbi a riguardo, ignorando i risultati scientifici dimostrati in matematica finanziaria, equivale a praticare un esercizio paralogistico, nell'inconsapevolezza dei risultati offerti dalla letteratura scientifica o, peggio ancora, sofisticato nella consapevolezza di tali risultati.

Fortunatamente, nonostante le false notizie che spesso vengono proposte da varie parti, negli ultimi anni il problema lentamente sta trovando una sua definizione. Infatti, grazie al contributo proveniente da diversi ambiti disciplinari, si sta finalmente creando un bagaglio condiviso tra matematica e diritto che riesce ad evidenziare gli aspetti matematici rilevanti e le possibili implicazioni in diritto di tale fenomeno²⁸.

²⁷ Cfr. Aretusi G., *Brevi note sulla presunta assenza di anatocismo nei prestiti gradualmente in regime composto, con esempi per l'ammortamento francese, italiano e bullet*. In www.openstat.it

²⁸ Cfr. Documento finale del Convegno ASSUBA “Anatocismo ed usura nei mutui – profili civilistici: alla ricerca di un linguaggio comune tra matematica e diritto”, a cura di (in ordine alfabetico) Aretusi G., Germinara C.M., Germinara L., Mari C., Nerbi M., Provenzano D., Sirgiovanni M., Spagna Musso B., in www.ilcaso.it. <https://openstat.it/matematica-finanziaria-econometria-anatocismo/anatocismo-edusura-nei-mutui-profilo-civilistici-alla-ricerca-di-un-linguaggio-comune-tramatematica-e-diritto/>